Morfismos, Vol. 15, No. 1, 2011, pp. 1–8

La obra matemática de Samuel Gitler al Quincuagésimo Aniversario del Departamento de Matemáticas del CINVESTAV

Jesús González

2010 Mathematics Subject Classification: 55-02, 55-06.
Keywords and phrases: Samuel Gitler, Topología Algebraica, Departamento de Matemáticas del CINVESTAV.

Es un gran honor poder compartir con ustedes algunos pensamientos sobre la trascendencia del trabajo de Samuel Gitler en las matemáticas modernas.[1]

Una de las cualidades del topólogo algebraico es el saber destilar las propiedades geométricas de los espacios, condensándolas en sus ingredientes homotópicos esenciales. Sin embargo, poder contraer, dentro de una charla de 30 minutos, la labor de uno de los genios matemáticos mas influyentes que nuestro país ha producido es un reto mayor pues el espacio de trabajo de Samuel se caracteriza por tener una dimensión homotópica altísima. Así pues, con detalles técnicos reducidos al mínimo posible, esta charla necesariamente hará un brevísimo recorrido por los puntos medulares de la obra de Samuel, sus cualidades humanas y científicas, y la profunda huella que ha dejado en el desarrollo de la topología.

Al revisar los diversos correos electrónicos en donde se anuncia este evento, se puede ver que el título de esta charla estaba planeado originalmente como: "Samuel Gitler y el desarrollo de la topología en el Departamento de Matemáticas del CINVESTAV". Pero el poster que se

[1]Discurso del Dr. Jesús González durante la celebración del cincuentenario del Departamento de Matemáticas del CINVESTAV.

preparó para el evento muestra el ligero cambio que se hizo posteriormente en el título, a saber: "Samuel Gitler y el desarrollo de la topología en México".

Para el conocedor de la trayectoria de Samuel, esta extensión de objetivos sólo hace patente el hecho de que el título correcto de la charla, en todo caso, tendría que haber sido:

"Samuel Gitler y el desarrollo de la topología en el mundo".

En efecto, Samuel es uno de los poquísimos matemáticos, no sólo mexicanos, sino a nivel mundial, cuyo talento, amor por la ciencia e incansable investigación científica han trascendido a niveles que le aseguran un lugar destacado en la historia universal de las matemáticas.

Cuando Samuel concluyó sus estudios doctorales en la Universidad de Princeton, Norman Steenrod, su asesor, le comentó sobre lo afortunado que era, para un recién doctorado, el poder regresar a su propio país a colaborar con José Adem, uno de los brillantes jóvenes matemáticos de la época. Evidentemente, el comentario de Steenrod no fue del todo preciso: fue nuestro querido México el afortunado de contar con estos dos científicos de primer nivel, que jugarían un papel fundamental en la detonación y posterior consolidación del vertiginoso desarrollo matemático que nuestro país estaba por experimentar. Y no pudo ser mejor el momento: Samuel terminó sus estudios doctorales justo en un periodo en que una plétora de nuevos métodos hacían su aparición para revolucionar la topología; por su puesto, todos ellos estaban empacados en la maleta de la familia Gitler de regreso a México.

El siglo XX se conoce en las matemáticas como el Siglo de la Topología, y en la década de los 50's alcanzó uno de sus momentos cumbres, con el trabajo de diversos matemáticos muy distinguidos, entre los que figura Solomon Lefschetz, otro importante impulsor de la ciencia matemática en México. Dentro de los temas de mayor actividad en aquel momento se encontraba el de la existencia y clasificación de encajes e inmersiones euclideanas de una variedad dada—por ejemplo los modelos tridimensional usuales de la botella de Klein y del plano proyectivo. Y ese fue justamente el tema central que el joven Samuel abordara, por aproximadamente los primeros 15 años de su carrera científica, con notables resultados, particularmente en el caso de los espacios proyectivos.

Alejandro nos ha platicado acerca del trabajo de José Adem en relación a las operaciones cohomológicas de Steenrod, sus relaciones universales, y las operaciones cohomológicas derivadas. En los albores de su vida académica profesional, y junto con José, Samuel realizó un profundo estudio de estas operaciones secundarias, aplicando el conocimiento así desarrollado al problema de inmersión de variedades. Los resultados que obtuvieron fueron sobresalientes, particularmente en el caso de los espacios proyectivos—que tradicionalmente han sido uno de los puntos de comparación estándar para medir la fuerza de cada nuevo avance en el área. Para nuestros fines, la mejor forma de apreciar los alcances de los primeros trabajos de la pareja Adem-Gitler es observando el "antes y despues" en la escena matemática.

El problema de determinar la mínima dimensión euclideana donde un espacio proyectivo dado admite una inmersión es un problema en extremo difícil, aun abierto en la actualidad, y que recientemente ha generado un renovado interés debido a una conexión inesperada con problemas clásicos en robótica. A finales de los 50's, prácticamente no se conocían inmersiones explícitas de espacios proyectivos, más que las que se derivan del trabajo de Whitney, quien en la década de los 30's había mostrado que, de hecho, toda variedad admite una inmersión euclideana en dimensión uno menos que el doble de la dimensión de la propia variedad. También se sabía que, en el caso de un espacio proyectivo de dimensión potencia de dos, la inmersión de Whitney sería óptima, es decir que la variedad no admitía una inmersión en una dimensión euclidena menor. Ésta era, pues, la única familia de inmersiones óptimas conocida a inicios de los 60's. Pero el trabajo de Samuel y sus colaboradores revolucionó tan incipiente panorama al establecer 3 de las 7 familias de inmersiones óptimas que se conocen en la actualidad para espacios proyectivos.

De hecho, el papel de líder mundial que Samuel ha jugado se aprecia tanto por su prolífica actividad científica ya desde la década de los 60's, como porque rápidamente se destacó como experto, no sólo por establecer múltiples resultados óptimos en el problema de inmersión de variedades, sino por el hecho más importante aún de que, como veremos en breve, su trabajo moldeó, de forma sustancial, los futuros desarrollos de la topología algebraica.

En efecto, la profunda huella dejada por Samuel y sus colaboradores en el problema de inmersión fue apenas el inicio de una espectacular carrera científica: el método de Adem y Gitler para analizar operaciones cohomológicas de órdenes superiores trascendió debido, por una parte, al profundo enraizamiento de la técnica dentro la teoría de homotopía, y por la otra, al extraordinario genio e increíble intuición matemática que caracterizan a Samuel, mismas que invariablemente lo conducen al punto medular que resuelve el problema geométrico en turno. Pero conviene contextualizar el gran desarrollo que se avecinaba.

A inicios de los 50's, Mikhail Postnikov introdujo un método para reconstruir el tipo de homotopía de un espacio a partir de sus grupos de homotopía. A finales de esa misma década la construcción de Postnikov fue ampliada y refinada por John Moore, para producir una extensión natural de la teoría de espacios cubrientes, en donde no sólo el grupo fundamental, sino todos los grupos de homotopía juegan un papel esencial. Sin embargo, aunque extremadamente poderosa, la teoría resultante es particularmente difícil de manipular en casos concretos. A finales de los 60's, este inconveniente fue subsanado por Samuel en colaboración con Mark Mahowald, quienes modificaron la teoría de Moore-Postnikov mediante la introducción de técnicas del álgebra homológica. El resultado fue un método altamente manipulable para evaluar operaciones cohomológicas de órdenes superiores y, consecuentemente, estudiar de modo eficaz las propiedades homotópicas de diversos objetos geométricos de interés. La idea es comparable a la posibilidad de reconstruir un organismo a partir de su información genética, sólo que, en el caso matemático, esta posibilidad ha sido una auténtica realidad durante ya varias décadas.

La experiencia que Samuel desarrolló con este trabajo rindió frutos importantes en muy poco tiempo. En colaboración con Edgar Brown, Samuel construyó uno de los objetos matemáticos de la mayor influencia en el desarrollo de la topología moderna: el espectro de Brown-Gitler, introducido en 1973 en un artículo seminal, y publicado en la principal revista del área en aquel momento.

La motivación original de tal trabajo fue particularmente ambiciosa: estudiar la naturaleza de las obstrucciones de orden mayor que surgen dentro del problema de inmersión de variedades arbitrarias. El resultado fue una familia de teorías de cohomología generalizada respecto a la cual todas las variedades son orientables, pero a diferencia de la cohomología singular con coeficientes módulo 2, la orientabilidad se logra de la manera más limpia posible, en el sentido de que, si bien la orientación módulo 2 de cualquier variedad se levanta canónicamente a los espectros de Brown-Gitler, en la cohomología módulo 2 de éstos últimos se han eliminado todas aquellas operaciones de Steenrod que de por sí se anulan en la clase de Thom del haz normal a cualquier variedad.

Debido a este alto contenido de información geométrica, no es de sorprenderse que el espectro de Brown-Gitler resultara ser central en la teoría de homotopía moderna. En efecto, durante las últimas cuatro décadas este objeto ha jugado un papel especial en el avance y/o resolución de problemas fundamentales en el área.

El primero y mas natural de estos problemas es la llamada “Conjetura de Inmersión”, que afirma que toda variedad admite una inmersión euclideana en poco menos que la dimensión de Whitney. Este “poco menos” se refiere al número de 1's que aparecen en la expresión binaria de la dimensión de la variedad en cuestión. En el programa de Ralph Cohen para resolver esta conjetura, el espectro de Brown-Gitler es utilizado en un paso clave a fin de identificar el tipo de homotopía del espacio que clasifica los haces normales a las variedades de una dimensión dada cuando se insiste en ignorar las clases características que no detectan a tales haces.

La segunda gran aplicación del espectro de Brown-Gitler fue en la resolución de uno de los problemas más significativos en la teoría de homotopía de los 80's: la llamada “Conjetura de Sullivan”. En una de sus múltiples formas, este resultado describe la naturaleza homotópica del espacio de funciones que parten del espacio clasificante de un grupo discreto, y llegan a un espacio de lazos iterados de un complejo celular finito. La conjetura afirma que, salvo homotopía, las únicas tales funciones son constantes. Haynes Miller probó la “Conjetura de Sullivan” haciendo uso de la sucesión espectral de Adams que calcula los grupos de homotopía del espacio de funciones en consideración. La evaluación del término inicial de esta sucesión espectral requiere, a su vez, del uso de diversas sucesiones espectrales auxiliares. Miller usó el espectro de Brown-Gitler para probar que, de hecho, la primera de estas sucesiones auxiliares se aniquila después de su primera diferencial. La importancia de esta aplicación del espectro de Brown-Gitler radica en sus múltiples consecuencias dentro problemas fundamentales en la teoría de homotopía. Por ejemplo, la Conjetura de Sullivan implica una famosa conjetura hecha en los 50's por Jean-Pierre Serre, y que extiende su estudio de la torsión en los grupos de homotopía de esferas. La conjetura de Serre se refiere al hecho de que cualquier complejo celular finito sin grupo fundamental y cuya homología contenga torsión primaria sólo en una cantidad finita de dimensiones (como es el caso de las esferas), necesariamente tendrá una infinidad de grupos de homotopía con esa misma torsión primaria.

La tercera aplicación del espectro de Brown-Gitler que mencionaré es de hecho no menos impresionante, pues está directamente ligada al objeto que acabamos de mencionar, y que es central en la topología algebraica, a saber, los grupos de homotopía de esferas. En los años 60's Frank Adams introdujo una maquinaria (la sucesión espectral que lleva su nombre) para organizar estos grupos por "capas", o filtraciones. Como escuchamos en la plática de Alex, el propio Adams demostró que sólo hay 4 elementos con invariante de Hopf unitario en los grupos de homotopía de esferas, que estos 4 elementos viven en filtración 1, y corresponden a las 4 únicas estructuras de álgebras reales de división que existen: los reales, los complejos, los cuaternios y los octonios. Otro ejemplo más reciente fue anunciado en el 2009 durante la conferencia organizada en la Universidad de Edinburgo para celebrar el octogésimo aniversario de Sir Machael Atiyah. En esa ocasión, Mike Hill, Mike Hopkins y Doug Ravenel reportaron que hay a lo más 6 elementos con invariante unitario de Kervaire, todos los cuales, se sabe, viven en filtración 2. Este último es un resultado espectacular debido a su relación con la clasificación, en términos homotópicos, de estructuras diferenciales exóticas en esferas.

Pero de regreso a la relevancia del espectro de Brown-Gitler en este contexto, el punto que quiero marcar aquí es que los dos fenómenos anteriores (la finitud de elementos con invariantes unitarios de Hopf y de Kervaire) apuntan en la dirección de una conjetura hecha por Joel Cohen en 1970, y que dominó la atención topológica de esa década. La conjetura afirmaba que, en una filtración dada, sólo podría haber una cantidad finita de elementos de grupos de homotopía de esferas. Pero a finales de los 70's Mahowald observó que el espectro de Brown-Gitler surge como una pieza clave en la descomposición estable de algunos espacios de lazos iterados de esferas. Ésto condujo a la costrucción de familias infinitas de elementos en los grupos de homotopía de esferas dentro de una misma filtración, echando por tierra la tan popular conjetura de Cohen.

Por su trascendencia, estas tres apariciones del espectro de Brown-Gitler son representativas de la marcada influencia Gitleriana en el desarrollo de la topología algebraica durante las últimas 5 décadas. De hecho, la tecnología detrás del espectro de Brown-Gitler llegó a ser tan importante desde los 80's que, en junio de 1985, la Sociedad Matemática Estadounidense organizó un simposio con ese tema.

Samuel es un científico desbordante de energía y apasionado de su labor. Su incansable investigación científica queda patente al observar que, sólo durante los dos últimos años, ha producido 7 artículos fascinantes sobre la topología de las variedades tóricas y los complejos de momento angular—su reciente pasión. ¡Este ritmo de trabajo prácticamente duplica el promedio mundial de producción de artículos por año entre los mejores topólogos del mundo!

Esta alta calidad científica es ampliamente reconocida. En México, Samuel recibió el Premio Nacional de Ciencias en 1976, es miembro de El Colegio Nacional desde 1986, y fue representante de México ante la Unión Matemática Internacional en 1975. Ha sido invitado a instituciones internacionales de reconocida investigación científica, como son el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, el Instituto de Tecnología de Massachussets, y el Instituto de Estudios Superiores de Francia. Ha visitado múltiples universidades de primer nivel entre las que figuran Harvad, Yale, Chicago, Northwestern, Berkeley, Montreal, Cambridge, Manchester, Oxford, Bonn, y Jerusalem.

Pero este genio no sólo ha destacado en la ciencia; su afable personalidad aunada a un carisma natural lo ha colocado como el líder indiscutible de sus múltiples grupos de trabajo. La lista de sus colaboradores científicos no se reduce sólo a sus coautores; han sido de hecho muchos los matemáticos con los que Samuel ha colaborado, intercambiando ideas matemáticas, y disfrutando del placer de descubrir fenómenos y propiedades geométricas profundas. Estas relaciones de trabajo a menudo han trascendido para formar fuertes lazos de amistad que Samuel ha sabido cultivar con esmero a través de los años.

Pero tan importante es el hacer matemáticas del más alto nivel, como saber trasmitir el gusto por las mismas a las nuevas generaciones. En el caso de Samuel, esta máxima tiene un acento especial pues, junto con figuras como Adem y Lefschetz, Samuel es forjador de una sólida Escuela de Topología Mexicana. Para poder apreciar esta aseveración en su cabal magnitud, debemos comenzar por notar que, a modo global, la ciencia moderna en México surgió como tal hace aproximadamente 70 años, con la década de los 50's como periodo de consolidación de la profesión científica nacional. Sin embargo, al particularizar al caso de las matemáticas, la situación tiene un desfazamiento de aproximadamente diez años. Por una parte, aun a inicios de los 50's, el quehacer matemático difícilmente se hubiera podido considerar una actividad profesional en nuestro país. Si bien existían matemáticos talentosos, la infraestructura mínima para un desarrollo firme y saludable simplemente no existía. Pero el final de la Segunda Guerra Mundial traería consecuencias favorables para la ciencia matemática en México. En 1944 comenzó una larga serie de visitas a nuestro país por parte de Solomon Lefschetz, una figura singular pero central en la visión moderna de la topología algebraica. Durante estas estancias, Lefschetz pudo detectar jóvenes matemáticos brillantes, entre los que destacan José Adem y Samuel Gitler, quienes fueron enviados a Princeton a realizar sus estudios doctorales. La semilla estaba sembrada y germinó en el año de 1961, con un repentino cambio en la concepción científica nacional, cristalizado en la creación de nuestro centro de investigación, teniendo como uno de los departamentos fundadores el de Matemáticas, y a la mancuerna Adem-Gitler como el motor principal. Esta afortunada combinación garantizó el inicio de un desarrollo vertiginoso de la ciencia matemática mexicana, pues en tan sólo 10 años de actividad se contaba con el amplio reconocimiento de la comunidad científica internacional, tanto en la investigación de vanguardia, como en la esmerada preparación de recursos humanos de alta calidad.

En conclusión, por medio de su talento, enseñanzas y liderazgo, Samuel Gitler, junto con José Adem y Solomon Lefschetz, han sido los forjadores de una sólida Escuela Mexicana de Topología.

Por todo esto, gracias, Samuel.

Jesús González Espino Barros
Departamento de Matemáticas,
Cinvestav,
A.P. 14-740, México D.F., 07000,
jesus@math.cinvestav.mx